Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer ontischen Kategorientheorie

1. Meine „Grammatik der Stadt Paris", erschienen als Publikation des von mir seit 2001 geleiteten „Semiotisch-Technischen Laboratoriums" (Toth 2016a), stellte in 2 Bänden auf insgesamt 507 Seiten zum ersten Mal eine Grammatik dar, deren Elemente nicht Laute, Silben, Wörter und Sätze (sowie allenfalls Texte), sondern Häuser, Straßen, Plätze und Einfriedungen und deren Materialien nicht Phoneme oder Grapheme, sondern Stein, Holz, Glas u.a. sind. Es handelt sich dabei jedoch keineswegs um die sattsam bekannte und unwissenschaftliche strukturalistische (sowie mittlerweile längst überholte) Vorstellung des „Lesens einer Stadt" bzw. der „Stadt als Text", sondern um eine funktionale bzw. abbildungstheoretische Beschreibung einer Stadt, basierend auf invarianten ontischen Eigenschaften (vgl. Toth 2013) sowie auf invarianten ontischen Relationen (vgl. Toth 2016b). Die im folgenden verwendeten Abkürzungen sind in diesen referierten Arbeiten aufgelöst.

2. Theoretische Grundlagen einer ontischen Kategorientheorie

2.1. Das vollständige System der ontisch-semiotischen Funktionen

2.1.1. $C \rightarrow L = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \rightarrow [Ex, Ad, In]$

$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.1)$
$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.2)$
$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.3)$
$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.1)$
$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.2)$
$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.3)$
$X_\lambda \rightarrow In = f(2.1)$
$X_\lambda \rightarrow In = f(2.2)$
$X_\lambda \rightarrow In = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow In = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow In = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow In = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow In = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow In = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow In = f(2.3)$

2.1.2. $C \rightarrow O = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \rightarrow$ (Koo, Sub, Sup)

$X_\lambda \rightarrow$ Koo = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Koo = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Koo = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Sub = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Sub = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Sub = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Sup = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Sup = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Sup = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Koo = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Koo = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Koo = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Sub = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Sub = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Sub = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.3)

2.1.3. $C \rightarrow Q = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \rightarrow$ [Adj, Subj, Transj]

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.3)

2.1.4. C → R* = [X_λ, Y_Z, Z_ρ] → [Ad, Adj, Ex]

$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$Y_Z \rightarrow$ Ex = f(2.1)
$Y_Z \rightarrow$ Ex = f(2.2)
$Y_Z \rightarrow$ Ex = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Ad = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Ad = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Ad = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.3)
$Z_\rho \rightarrow$ Ex = f(2.1)
$Z_\rho \rightarrow$ Ex = f(2.2)
$Z_\rho \rightarrow$ Ex = f(2.3)

2.1.5. C → P = [X_λ, Y_Z, Z_ρ] → (PP, PC, CP, CC)

$X_\lambda \rightarrow$ PP = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ PP = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ PP = f(2.3)
$X_\lambda \rightarrow$ PC = f(2.1)
$X_\lambda \rightarrow$ PC = f(2.2)
$X_\lambda \rightarrow$ PC = f(2.3)

$X_\lambda \rightarrow CP = f(2.1)$
$X_\lambda \rightarrow CP = f(2.2)$
$X_\lambda \rightarrow CP = f(2.3)$
$X_\lambda \rightarrow CC = f(2.1)$
$X_\lambda \rightarrow CC = f(2.2)$
$X_\lambda \rightarrow CC = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow PP = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow PP = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow PP = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow PC = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow PC = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow PC = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow CP = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow CP = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow CP = f(2.3)$
$Y_Z \rightarrow CC = f(2.1)$
$Y_Z \rightarrow CC = f(2.2)$
$Y_Z \rightarrow CC = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.3)$
$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.1)$
$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.2)$
$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.3)$

2.1.6. L → O = [Ex, Ad, In] → (Koo, Sub, Sup)

Ex → Koo = f(2.1)
Ex → Koo = f(2.2)
Ex → Koo = f(2.3)
Ex → Sub = f(2.1)
Ex → Sub = f(2.2)
Ex → Sub = f(2.3)
Ex → Sup = f(2.1)
Ex → Sup = f(2.2)
Ex → Sup = f(2.3)
Ad → Koo = f(2.1)
Ad → Koo = f(2.2)
Ad → Koo = f(2.3)
Ad → Sub = f(2.1)
Ad → Sub = f(2.2)
Ad → Sub = f(2.3)
Ad → Sup = f(2.1)

Ad → Sup = f(2.2)
Ad → Sup = f(2.3)
In → Koo = f(2.1)
In → Koo = f(2.2)
In → Koo = f(2.3)
In → Sub = f(2.1)
In → Sub = f(2.2)
In → Sub = f(2.3)
In → Sup = f(2.1)
In → Sup = f(2.2)
In → Sup = f(2.3)

2.1.7. L → Q = [Ex, Ad, In] → [Adj, Subj, Transj]

Ex → Adj = f(2.1)
Ex → Adj = f(2.2)
Ex → Adj = f(2.3)
Ex → Subj = f(2.1)
Ex → Subj = f(2.2)
Ex → Subj = f(2.3)
Ex → Transj = f(2.1)
Ex → Transj = f(2.2)
Ex → Transj = f(2.3)
Ad → Adj = f(2.1)
Ad → Adj = f(2.2)
Ad → Adj = f(2.3)
Ad → Subj = f(2.1)
Ad → Subj = f(2.2)
Ad → Subj = f(2.3)
Ad → Transj = f(2.1)
Ad → Transj = f(2.2)
Ad → Transj = f(2.3)
In → Adj = f(2.1)
In → Adj = f(2.2)
In → Adj = f(2.3)
In → Subj = f(2.1)
In → Subj = f(2.2)
In → Subj = f(2.3)
In → Transj = f(2.1)
In → Transj = f(2.2)
In → Transj = f(2.3)

2.1.8. L → R* = [Ex, Ad, In] → [Ad, Adj, Ex]

Ex → Ad = f(2.1)
Ex → Ad = f(2.2)
Ex → Ad = f(2.3)
Ex → Adj = f(2.1)
Ex → Adj = f(2.2)

Ex → Adj = f(2.3)
Ex → Ex = f(2.1)
Ex → Ex = f(2.2)
Ex → Ex = f(2.3)
Ad → Ad = f(2.1)
Ad → Ad = f(2.2)
Ad → Ad = f(2.3)
Ad → Adj = f(2.1)
Ad → Adj = f(2.2)
Ad → Adj = f(2.3)
Ad → Ex = f(2.1)
Ad → Ex = f(2.2)
Ad → Ex = f(2.3)
In → Ad = f(2.1)
In → Ad = f(2.2)
In → Ad = f(2.3)
In → Adj = f(2.1)
In → Adj = f(2.2)
In → Adj = f(2.3)
In → Ex = f(2.1)
In → Ex = f(2.2)
In → Ex = f(2.3)

2.1.9. L → P = [Ex, Ad, In] → (PP, PC, CP, CC)

Ex → PP = f(2.1)
Ex → PP = f(2.2)
Ex → PP = f(2.3)
Ex → PC = f(2.1)
Ex → PC = f(2.2)
Ex → PC = f(2.3)
Ex → CP = f(2.1)
Ex → CP = f(2.2)
Ex → CP = f(2.3)
Ex → CC = f(2.1)
Ex → CC = f(2.2)
Ex → CC = f(2.3)
Ad → PP = f(2.1)
Ad → PP = f(2.2)
Ad → PP = f(2.3)
Ad → PC = f(2.1)
Ad → PC = f(2.2)
Ad → PC = f(2.3)
Ad → CP = f(2.1)
Ad → CP = f(2.2)
Ad → CP = f(2.3)
Ad → CC = f(2.1)
Ad → CC = f(2.2)
Ad → CC = f(2.3)

In → PP = f(2.1)
In → PP = f(2.2)
In → PP = f(2.3)
In → PC = f(2.1)
In → PC = f(2.2)
In → PC = f(2.3)
In → CP = f(2.1)
In → CP = f(2.2)
In → CP = f(2.3)
In → CC = f(2.1)
In → CC = f(2.2)
In → CC = f(2.3)

2.1.10. O → Q = (Koo, Sub, Sup) → [Adj, Subj, Transj]

Koo → Adj = f(2.1)
Koo → Adj = f(2.2)
Koo → Adj = f(2.3)
Koo → Subj = f(2.1)
Koo → Subj = f(2.2)
Koo → Subj = f(2.3)
Koo → Transj = f(2.1)
Koo → Transj = f(2.2)
Koo → Transj = f(2.3)
Sub → Adj = f(2.1)
Sub → Adj = f(2.2)
Sub → Adj = f(2.3)
Sub → Subj = f(2.1)
Sub → Subj = f(2.2)
Sub → Subj = f(2.3)
Sub → Transj = f(2.1)
Sub → Transj = f(2.2)
Sub → Transj = f(2.3)
Sup → Adj = f(2.1)
Sup → Adj = f(2.2)
Sup → Adj = f(2.3)
Sup → Subj = f(2.1)
Sup → Subj = f(2.2)
Sup → Subj = f(2.3)
Sup → Transj = f(2.1)
Sup → Transj = f(2.2)
Sup → Transj = f(2.3)

2.1.11. O → R* = (Koo, Sub, Sup) → [Ad, Adj, Ex]

Koo → Ad = f(2.1)
Koo → Ad = f(2.2)
Koo → Ad = f(2.3)
Koo → Adj = f(2.1)

Koo → Adj = f(2.2)
Koo → Adj = f(2.3)
Koo → Ex = f(2.1)
Koo → Ex = f(2.2)
Koo → Ex = f(2.3)
Sub → Ad = f(2.1)
Sub → Ad = f(2.2)
Sub → Ad = f(2.3)
Sub → Adj = f(2.1)
Sub → Adj = f(2.2)
Sub → Adj = f(2.3)
Sub → Ex = f(2.1)
Sub → Ex = f(2.2)
Sub → Ex = f(2.3)
Sup → Ad = f(2.1)
Sup → Ad = f(2.2)
Sup → Ad = f(2.3)
Sup → Adj = f(2.1)
Sup → Adj = f(2.2)
Sup → Adj = f(2.3)
Sup → Ex = f(2.1)
Sup → Ex = f(2.2)
Sup → Ex = f(2.3)

2.1.12. O → P = (Koo, Sub, Sup) → (PP, PC, CP, CC)

Koo → PP = f(2.1)
Koo → PP = f(2.2)
Koo → PP = f(2.3)
Koo → PC = f(2.1)
Koo → PC = f(2.2)
Koo → PC = f(2.3)
Koo → CP = f(2.1)
Koo → CP = f(2.2)
Koo → CP = f(2.3)
Koo → CC = f(2.1)
Koo → CC = f(2.2)
Koo → CC = f(2.3)
Sub → PP = f(2.1)
Sub → PP = f(2.2)
Sub → PP = f(2.3)
Sub → PC = f(2.1)
Sub → PC = f(2.2)
Sub → PC = f(2.3)
Sub → CP = f(2.1)
Sub → CP = f(2.2)
Sub → CP = f(2.3)
Sub → CC = f(2.1)
Sub → CC = f(2.2)

Sub → CC = f(2.3)
Sup → PP = f(2.1)
Sup → PP = f(2.2)
Sup → PP = f(2.3)
Sup → PC = f(2.1)
Sup → PC = f(2.2)
Sup → PC = f(2.3)
Sup → CP = f(2.1)
Sup → CP = f(2.2)
Sup → CP = f(2.3)
Sup → CC = f(2.1)
Sup → CC = f(2.2)
Sup → CC = f(2.3)

2.1.13. Q → R* = [Adj, Subj, Transj] → [Ad, Adj, Ex]

Adj → Ad = f(2.1)
Adj → Ad = f(2.2)
Adj → Ad = f(2.3)
Adj → Adj = f(2.1)
Adj → Adj = f(2.2)
Adj → Adj = f(2.3)
Adj → Ex = f(2.1)
Adj → Ex = f(2.2)
Adj → Ex = f(2.3)
Subj → Ad = f(2.1)
Subj → Ad = f(2.2)
Subj → Ad = f(2.3)
Subj → Adj = f(2.1)
Subj → Adj = f(2.2)
Subj → Adj = f(2.3)
Subj → Ex = f(2.1)
Subj → Ex = f(2.2)
Subj → Ex = f(2.3)
Transj → Ad = f(2.1)
Transj → Ad = f(2.2)
Transj → Ad = f(2.3)
Transj → Adj = f(2.1)
Transj → Adj = f(2.2)
Transj → Adj = f(2.3)
Transj → Ex = f(2.1)
Transj → Ex = f(2.2)
Transj → Ex = f(2.3)

2.1.14. Q → P = [Adj, Subj, Transj] → (PP, PC, CP, CC)

Adj → PP = f(2.1)
Adj → PP = f(2.2)
Adj → PP = f(2.3)

Adj → PC = f(2.1)
Adj → PC = f(2.2)
Adj → PC = f(2.3)
Adj → CP = f(2.1)
Adj → CP = f(2.2)
Adj → CP = f(2.3)
Adj → CC = f(2.1)
Adj → CC = f(2.2)
Adj → CC = f(2.3)
Subj → PP = f(2.1)
Subj → PP = f(2.2)
Subj → PP = f(2.3)
Subj → PC = f(2.1)
Subj → PC = f(2.2)
Subj → PC = f(2.3)
Subj → CP = f(2.1)
Subj → CP = f(2.2)
Subj → CP = f(2.3)
Subj → CC = f(2.1)
Subj → CC = f(2.2)
Subj → CC = f(2.3)
Transj → PP = f(2.1)
Transj → PP = f(2.2)
Transj → PP = f(2.3)
Transj → PC = f(2.1)
Transj → PC = f(2.2)
Transj → PC = f(2.3)
Transj → CP = f(2.1)
Transj → CP = f(2.2)
Transj → CP = f(2.3)
Transj → CC = f(2.1)
Transj → CC = f(2.2)
Transj → CC = f(2.3)

2.1.15. R* → P = [Ad, Adj, Ex] → (PP, PC, CP, CC)

Ad → PP = f(2.1)
Ad → PP = f(2.2)
Ad → PP = f(2.3)
Ad → PC = f(2.1)
Ad → PC = f(2.2)
Ad → PC = f(2.3)
Ad → CP = f(2.1)
Ad → CP = f(2.2)
Ad → CP = f(2.3)
Ad → CC = f(2.1)
Ad → CC = f(2.2)
Ad → CC = f(2.3)
Adj → PP = f(2.1)

Adj → PP = f(2.2)
Adj → PP = f(2.3)
Adj → PC = f(2.1)
Adj → PC = f(2.2)
Adj → PC = f(2.3)
Adj → CP = f(2.1)
Adj → CP = f(2.2)
Adj → CP = f(2.3)
Adj → CC = f(2.1)
Adj → CC = f(2.2)
Adj → CC = f(2.3)
Ex → PP = f(2.1)
Ex → PP = f(2.2)
Ex → PP = f(2.3)
Ex → PC = f(2.1)
Ex → PC = f(2.2)
Ex → PC = f(2.3)
Ex → CP = f(2.1)
Ex → CP = f(2.2)
Ex → CP = f(2.3)
Ex → CC = f(2.1)
Ex → CC = f(2.2)
Ex → CC = f(2.3)

2.2. Grundlagen einer kategorientheoretische Semiotik

Die mathematische Kategorientheorie wurde von Samuel Eilenberg und Charles Ehresmann sowie Saunders Mac Lane zunächst mit dem Zwecke eingeführt, eine einheitliche Sprache für Homologie und Cohomologie zu schaffen (vgl. Eilenberg und Mac Lane 1942a, 1942b). Später hatte sie sich aber als besonders geeignet erwiesen, die Struktur mathematischer Theorien sowie die Relationen zwischen ihnen zu beschreiben.

Erstaunlich ist, daß die Kategorientheorie erst relativ spät zur Formalisierung der Semiotik eingeführt wurde (Bense 1976a, Marty 1977, Berger 1977, Walther 1979, S. 135 ff., Leopold 1990). Es blieb jedoch bei der Übernahme von elementaren Begriffen wie Kategorie, Morphismen, natürliche Transformationen und Funktoren. Die einzige Ausnahme einer Weiterführung war die Konstruktion der Semiotisch-Relationalen Grammatik, welche ein Modell einer kategorientheoretischen Topologie darstellt (Toth 1997).

Bense stellte fest: "Eine klare und formalisierte Berücksichtigung der 'Bezüge' innerhalb der triadischen Relation gelingt erst, wenn diese als zeicheninterne 'Abbildungen' bzw. 'Morphismen' verstanden und die relationstheoretischen Konzeptionen durch eine kategorientheoretische Darstellung […] eingeführt werden" (1976b, S. 126).

Die Definitionen sind, soweit nicht anders gekennzeichnet, Schubert (1970) entnommen.

2.2.1. Kategorien und Morphismen

Eine Kategorie $\underline{C}$ besteht aus

1. einer Klasse $|\underline{C}|$ von Objekten A, B, C, … . Die semiotische Klasse $|\underline{S}|$ umfaßt die Objekte (.1.), (.2.), (.3.), genannt Erst-, Zweit- und Drittheit;

2. einer Klasse paarweise disjunkter Mengen $[A, B]_{\underline{C}}$ zu jedem geordneten Paar $(A, B) \in |\underline{C}| \times |\underline{C}|$. Die Elemente von $[A, B]_{\underline{C}}$ heißen Morphismen von A nach B. Die Elemente von $[A, B]_{\underline{S}}$, d.h. die semiotischen Morphismen, sind durch die lineare Ordnung der Primzeichen $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ bestimmt. Diese Morphismen sind: α: $1 \rightarrow 2$, β: $2 \rightarrow 3$;

3. einer Komposition von Morphismen, d.h. einer Abbildung $[A, B]_{\underline{C}} \times [B, C]_{\underline{C}} \rightarrow [A, C]_{\underline{C}}$ für jedes geordnete Tripel (A, B, C) von Objekten. Für $\underline{S}$ gilt somit: $(\alpha,\beta) \rightarrow \beta\alpha$.

Ferner muß die Assoziativität der Komposition erfüllt sein. Außerdem muß für jedes Objekt ein identischer Morphismus existieren. Für $\underline{S}$ sind dies: id_1: $1 \rightarrow 1$, id_2: $2 \rightarrow 2$, id_3: $3 \rightarrow 3$.

Jeder Kategorie $\underline{C}$ wird folgendermaßen eine inverse Kategorie $\underline{C}°$ zugeordnet: Die Objekte von $\underline{C}°$ sind diejenigen von $\underline{C}$, es ist $[B, A]_{\underline{C}°} = [A, B]_{\underline{C}}$, und die Komposition fg in $\underline{C}°$ ist definiert als gf in $\underline{C}$, d.h. Umkehrung aller Pfeile. Die zur semiotischen Kategorie $\underline{S}$: $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3$ inverse semiotische Kategorie ist somit $\underline{S}°$: $3 \rightarrow_{\beta°} 2 \rightarrow_{\alpha°} 1$. Die beiden zu α und β inversen semiotischen Morphismen sind: $\alpha°$: $2 \rightarrow 1$, $\beta°$: $3 \rightarrow 2$. Der zu $\beta\alpha$ inverse komponierte Morphismus ist $\alpha°\beta°$: $3 \rightarrow 1$.

Mit Leopold (1990, S. 96) können die Subzeichen der Kleinen Matrix als die Morphismen der Kategorien $\underline{S}$ und $\underline{S}°$ aufgefaßt werden:

S° \ S	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$
2	$2 \rightarrow 1$	$2 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$
3	$3 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$	$3 \rightarrow 3$

Auf der Hautpdiagonalen, welche die Morphismen von $\underline{S}$ und $\underline{S}°$ voneinander abgrenzt, liegen die identischen Morphismen, welche somit sowohl $\underline{S}$ als auch $\underline{S}°$ angehören.

Ersetzt man die Subzeichen durch die Morphismen, so kann die Kleine Matrix in der folgenden Form notiert werden:

S° \ S	1	2	3
1	id_1	α	$\beta\alpha$
2	$\alpha°$	id_2	β
3	$\alpha°\beta°$	$\beta°$	id_3

Von diesen neun Morphismen haben vier aufgrund ihrer semiotischen Funktion Namen erhalten (vgl. Klein 1984, S. 44): α: $1 \rightarrow 2$ (Realisation), $\alpha°$: $2 \rightarrow 1$ (Involution), β: $2 \rightarrow 3$ (Formalisation bzw. Generalisation), $\beta°$: $3 \rightarrow 2$ (Replikation). Die drei identischen Morphismen stellen semiotisch betrachtet Nullsemiosen dar: id_1: Nullsemiose der Erstheit, id_2: Nullsemiose der Zweitheit, id_3: Nullsemiose der Drittheit. α hängt im folgenden, Berger (1977, S. 16) entnommenen Diagramm mit der Bezeichnungsfunktion f, β mit der Bedeutungsfunktion g und $\alpha°\beta°$ mit der dualen Gebrauchsfunktion h = gf des Zeichens zusammen:

$$\begin{tikzcd} & M \arrow[dl, "f"'] \arrow[dr, "h = gf"] & \\ O \arrow[rr, no head, "g"'] & & I \end{tikzcd}$$

2.2.2. Funktoren und natürliche Transformationen

Die Kategorie der Zeichenklassen läßt sich nach Marty (1977) als die Funktorkategorie [$\underline{S}$, $\underline{S}°$] auffassen. Da die Einführung des Zeichens beim Interpretanten beginnt, ist nach einem Vorschlag von Leopold (1990, S. 96) jedoch von [$\underline{S}°$, $\underline{S}$] auszugehen. Die Objekte einer Funktorkategorie heißen kovariante Funktoren, die Morphismen natürliche Transformationen.

Es seien $\underline{C}$ und $\underline{D}$ Kategorien. Ein kovarianter Funktor T: $\underline{C} \rightarrow \underline{D}$ ist eine Abbildung für Objekte und Morphismen: Jedem Objekt $A \in |\underline{C}|$ ist ein Objekt $T(A) \in |\underline{D}|$, jedem Morphismus f: $A \rightarrow B$ ein Morphismus T(f): $T(A) \rightarrow T(B)$ so zugeordnet, daß gilt: 1. $T(1_A) = 1_{T(A)}$; 2. $T(gf) = T(g)T(f)$, wenn gf in $\underline{C}$ erklärt ist. Ein Funktor respektiert also Identitäten und die Komposition von Morphismen, d.h. er ist eine strukturerhaltende Abbildung. Die Objekte der semiotischen Funktorkategorie [$\underline{S}°$, $\underline{S}$] sind die Funktoren D: $\underline{S}° \rightarrow$ S, welche die Zeichenklassen sind.

Es seien S, T: $\underline{C} \rightarrow \underline{D}$ Funktoren. Eine natürliche Transformation η: $S \rightarrow T$ ordnet jedem Objekt $A \in |\underline{C}|$ einen Morphismus η_A: $S(A) \rightarrow T(A)$ in $\underline{D}$ zu, und zwar so, daß für jeden Morphismus f: $A \rightarrow B$ das folgende Diagramm kommutiert:

$$\begin{tikzcd} S(A) \arrow[r, "\eta_A"] \arrow[d, "S(f)"] & T(A) \arrow[d, "T(f)"] \\ S(B) \arrow[r, "\eta_B"] & T(B) \end{tikzcd}$$

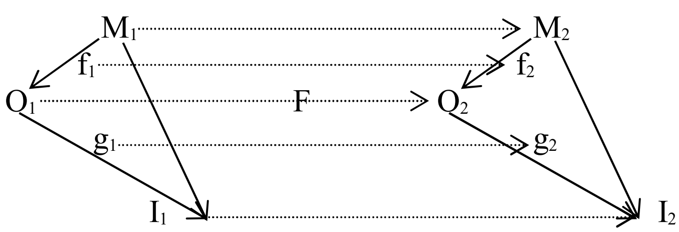
Also $T(f)\eta_A = \eta_B S(f)$ für f: $A \rightarrow B$ beliebig in $\underline{C}$. Bei [$\underline{S}°$, $\underline{S}$] sind die semiotischen natürlichen Transformationen die oben aufgeführten neun Morphismen, welche die semiosischen und retrosemiosischen Übergänge zwischen den Zeichenklassen kennzeichnen.

Das folgende Beispiel stammt von Leopold (1990, S. 97 f.): Wir gehen aus von einem Objekt $A \in |\underline{S}°|$, z.B. $3 \in |\underline{S}°|$ und einem Morphismus f: $A \rightarrow B$, z.B. $\beta°$: $3 \rightarrow 2$. Die natürliche Transformation η: $D \rightarrow E$ ordnet jedem $A \in |\underline{S}°|$ einen Morphismus η_A: $D(A) \rightarrow E(A)$ in $\underline{S}$ zu, so daß gilt:

$$\begin{tikzcd}
D(3) \arrow[r, "\eta_3"] \arrow[d, "D(\beta^\circ)"] & E(3) \arrow[d, "E(\beta^\circ)"] \\
D(2) \arrow[r, "\eta_2"] \arrow[d, "D(\alpha^\circ)"] & E(2) \arrow[d, "E(\alpha^\circ)"] \\
D(1) \arrow[r, "\eta_1"] & E(1)
\end{tikzcd}$$

"Eine natürliche Transformation zwischen zwei Zeichenklassen besteht also aus einem Tripel von Morphismen (η_3, η_2, η_1), wobei der Index von η sich jeweils auf das Ausgangsobjekt aus S° bezieht. Damit wird deutlich, daß die Grundlage der natürlichen Transformationen, d.h. der Semiosen zwischen den Zeichenklassen, die zeicheninternen degenerativen Semiosen $3 \rightarrow_{\beta^\circ} 2 \rightarrow_{\alpha^\circ} 1$ sind" (Leopold 1990, S. 98).

Wenn wir vom obigen kategorientheoretischen Zeichenmodell ausgehen, bekommen wir mit Berger (1977, S. 16) im Falle der Abbildung von zwei Zeichenklassen:



wobei $F(h_1) = F(g_1 \cdot f_1) = F(g_1) \cdot F(f_1) = g_2 \cdot f_2 = h_2$ gilt, während wir für die Abbildung von mehr als zwei Zeichenklassen semiotische Bifunktor, Tri- usw. Funktoren benötigen (Berger 1977, S. 17).

Mit Hilfe des Funktorensystems $D(3) \rightarrow_{D(\beta^\circ)} D(2) \rightarrow_{D(\alpha^\circ)} D(1)$ können die zehn Zeichenklassen beschrieben werden (Leopold 1990, S. 98):

	D(3)	$\rightarrow_{D(\beta^\circ)}$	D(2)	$\rightarrow_{D(\alpha^\circ)}$	D(1)	Zeichenklassen
1	1	id_1	1	id_1	1	(3.1 2.1 1.1)
2	1	id_1	1	α	2	(3.1 2.1 1.2)
3	1	id_1	1	$\beta\alpha$	3	(3.1 2.1 1.3)
4	1	α	2	id_2	2	(3.1 2.2 1.2)
5	1	α	2	β	3	(3.1 2.2 1.3)
6	1	$\beta\alpha$	3	id_3	3	(3.1 2.3 1.3)
7	2	id_2	2	id_2	2	(3.2 2.2 1.2)
8	2	id_2	2	β	3	(3.2 2.2 1.3)
9	2	β	3	id_3	3	(3.2 2.3 1.3)
10	3	id_3	3	id_3	3	(3.3 2.3 1.3)

Walther (1979, S. 138) hat schließlich einen semiotisch-kategorientheoretischen Verband der zehn Zeichenklassen dargestellt:

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & & & (3.3\ 2.3\ 1.3) \\
 & & (3.2\ 2.3\ 1.3) \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & (3.2\ 2.2\ 1.3) \arrow[ur] & & (3.1\ 2.3\ 1.3) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) \arrow[ur] & & (3.1\ 2.2\ 1.3) \arrow[ul] \arrow[ur] & \\
 & (3.1\ 2.2\ 1.2) \arrow[ul] \arrow[ur] & & (3.1\ 2.1\ 1.3) \arrow[ul] \\
 & & (3.1\ 2.1\ 1.2) \arrow[ul] \arrow[ur] & \\
 & & & (3.1\ 2.1\ 1.1) \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

2.2.3. Limites und Colimites

Ein Limes (L, λ) für das Diagramm T: $\Sigma \to \underline{C}$ besteht aus einem Objekt L von $\underline{C}$ und einer natürlichen Transformation λ: $L_\Sigma \to T$ mit folgender Eigenschaft: Zu beliebiger natürlicher Transformation ξ: $A_\Sigma \to T$ gibt es genau einen Morphismus f: $A \to L$ mit

$$
\xi = \lambda f_\Sigma \qquad f_3 \qquad
\begin{tikzcd}
A_\Sigma \arrow[dr, "\xi"] \arrow[dd, phantom, "\Downarrow"] & \\
 & T \\
L_\Sigma \arrow[ur, "\lambda"'] &
\end{tikzcd}
$$

Wichtige Beispiele für Limites bzw. Colimites sind Pullbacks und Pushouts, die wir im folgenden betrachten wollen.

2.2.4. Semiotische Kommunikationsschemata als Pushouts

Im semiotischen Kommunikationsschema "fungiert das Mittel der Repräsentation bekanntlich als Kanal bzw. als Medium der Übertragung" (Bense 1979, S. 99). 'Quasi-Sender' und 'Quasi-Empfänger' korrespondieren mit dem semiotischen 'Weltobjekt' bzw. mit der autoreproduktiven 'Bewußtseinsfunktion' sowie mit dem semiotischen Objektbezug bzw. mit dem semiotischen Interpretantenbezug" (Bense 1981, S. 144 ff.). Das semiotische Kommunikationsschema muß daher wie folgt formalisiert werden:

$$O\,(2.1, 2.2, 2.3) \longrightarrow M\,(1.1, 1.2, 1.3) \longrightarrow I\,(3.1, 3.2, 3.3)$$

Dabei ergibt sich jedoch das Problem, daß die kategoriale Abfolge (O⇒M⇒I) der sogenannten pragmatischen Maxime (der thetischen Setzung) widerspricht, wonach das Peircesche Zeichen vom Interpretanten her eingeführt wird, nämlich als (I⇒O⇒M).

Es seien nun f: A→B, g: A→C zwei Morphismen mit gleicher Quelle. Ein Pushout für das Paar (f, g) ist ein kommutatives Rechteck

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & B \arrow[d, "s"] \\ C \arrow[r, "r"'] & Q \end{tikzcd} \qquad sf = rg$$

mit folgender Eigenschaft: Sind u = B→X, v: C→X Morphismen mit uf = vg, so gibt es genau einen Morphismus w: Q→X mit ws = u und wr = v.

Wir nehmen als Beispiel die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3). Ihre traditionelle Formulierung als Kommunikationsschema sieht wie folgt aus:

$$(2.2) \longrightarrow (1.3) \longrightarrow (3.1)$$

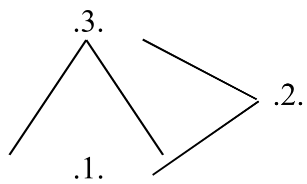
Sei nun A = 2.2, B = 3.1, C = 1.3, f = (2.2⇒3.1) g = (2.2⇒1.3), s = (3.1⇒Q), r = (1.3⇒Q). Das entsprechende semiotische Pushout sieht dann wie folgt aus:

$$\begin{tikzcd} 2.2 \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & 3.1 \arrow[d, "s"] \\ 1.3 \arrow[r, "r"'] & Q \end{tikzcd}$$

Dann gilt: (3.1⇒Q) · (2.2⇒3.1) = (1.3⇒Q) · (2.2⇒1.3). Das Mittel (1.3) spielt dann die Rolle des Kanals in der semiotischen Kommunikation zwischen dem Weltobjekt (2.2) und der autoreproduktiven Bewußtseinsfunktion (3.1). Q ist also (2.2 → 1.3 → 3.1) (O → M → I).

2.2.5. Semiotische Kreationsschemata als Pullbacks

Noch größere Probleme bereitet das semiotische Kreationsschema. Bei diesem bereits von Peirce (vgl. Peirce 1976) eingeführten Begriff handelt es sich um eine “selektiv erreichbare Schöpfung” bzw. “um eine ebenso ideeierende wie formalisierende und fundamentale wie kategoriale thetische Einführung eines neuen Seienden, also um die methodische Zuständigkeit des Leibniz-Peirceschen existenzsetzenden Prinzips, das aus der verdoppelten selektiven Zuordnung einer hyperthetischen Notwendigkeit (Regel, Gesetzmäßigkeit) auf einem hyperthetischen Repertoire der Möglichkeit zu einer thetisch determinierten Wirklichkeit des formal intendierten neuen Seienden gelangt” (Bense 1981, S. 164). Später präzisierte Bense, es handle sich “auf der Ebene der semiotischen Repräsentation einer Kreation stets um die generierende oder realisierende Wirkung des wechselseitigen, also bilateralen Konstituierungszusammenhangs zwischen einem replikativen Interpretanten (.3.) und seinem repertoiriellen Mittel (.1.) auf den Bereich möglicher oder thematisierbarer Objektbezüge (.2.)" (1983, S. 27). Das semiotische Kreationsschema muß dann nach Bense (1981, S. 164) wie folgt dargestellt werden:



Die kategoriale Abfolge ist hier also (M⇒I⇒O) und steht damit wie schon diejenige der Kommunikationsschemata im Widerspruch zur pragmatischen Maxime.

Pullbacks haben Diagramme folgender Gestalt:

$$A \xrightarrow{f} C \xleftarrow{g} B$$

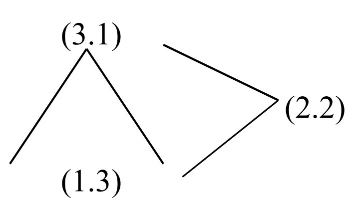
Eine natürliche Transformation eines zugehörigen konstanten Diagramms D_Σ ist völlig beschrieben durch zwei Morphismen u: D→A, v: D→B mit fu = gv.

Es seien f: A→C, g: B→C zwei Morphismen mit gleichem Ziel. Ein Pullback für das Paar (f, g) ist ein kommutatives Rechteck

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "r"] \arrow[d, "s"'] & B \arrow[d, "g"] \\ A \arrow[r, "f"'] & C \end{tikzcd} \qquad gr = fs$$

mit folgender Eigenschaft: Sind u: D→A, v: D→B Morphismen mit fu = gv, so gibt es genau einen Morphismus w: D→P mit u = sw und v = rw. Eine Kategorie besitzt Pullbacks, wenn in ihr jedes Paar von Morphismen mit gleichem Ziel ein Pullback besitzt.

Wir nehmen als Beispiel wiederum die Zeichenklasse 3.1 2.2 1.3. Ihre traditionelle Formulierung als Kreationsschema sieht wie folgt aus:



Sei nun B = (3.1), A = (1.3), C = (2.2), r = (P⇒3.1) g = (3.1⇒2.2), f = (1.3⇒2.2), s = (P⇒1.3). Das entsprechende semiotische Pullback sieht dann wie folgt aus:

$$
\begin{tikzcd}
P \arrow[r, "r"] \arrow[d, "s"'] & 3.1 \arrow[d, "g"] \\
1.3 \arrow[r, "f"] & 2.2
\end{tikzcd}
$$

Dann gilt: $(3.1 \Rightarrow 2.2) \cdot (P \Rightarrow 1.3) = (1.3 \Rightarrow 2.2) \cdot (P \Rightarrow 1.3)$. Das Mittel (1.3) spielt dann die Rolle des seligierbaren Repertoires im semiotischen Kreationsschema, (3.1) diejenige des replikativen Interpretanten und (2.2) diejenige des Bereichs möglicher oder thematisierbarer Objektbezüge. Die kreative semiotische Schöpfung ist also P $(M \rightarrow I \rightarrow O)$.

Wie wir gesehen haben, ist es möglich, semiotische Kommunikationsschemata als kategorientheoretische Pushouts und semiotische Kreationsschemata als kategorientheoretische Pullbacks zu formalisieren. Genauso wie sich Limites und Colimites dual zueinander verhalten, sind auch Pullbacks und Pushouts dual zueinander. Semiotisch gesehen bedeutet das: Auch Kommunikations- und Kreationsschemata sind kategorientheoretisch betrachtet dual zueinander.

2.3. Grundlagen einer ontischen Funktorentheorie

Wir hatten bereits in Toth (2015) gezeigt, daß es, vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie, auch ontische Morphismen gibt. Diese müssen allerdings wegen der in Toth (2016) behandelten 6 ontischen Relationen

$C = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho]$
$L = [Ex, Ad, In]$
$O = (Koo, Sub, Sup)$
$Q = [Adj, Subj, Transj]$
$R^* = [Ad, Adj, Ex]$,
$P = (PP, PC, CP, CC)$

als indizierte ontische Morphismen definiert werden. Wir erhalten demnach das folgende System von indizierten ontischen Morphismen.

2.3.1. C-Morphismen

$\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)$	$\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)$	$id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)$
$\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)$	$\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)$	$id_{CZ} = (Y_Z \rightarrow Y_Z)$
$\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)$	$\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)$	$id_{C\rho} = (Z_\rho \rightarrow Z_\rho)$

2.3.2. L-Morphismen

$\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)$	$\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)$	$id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)$
$\beta_L = (Ad \rightarrow In)$	$\beta°_L = (In \rightarrow Ad)$	$id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)$
$\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)$	$\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)$	$id_{LIn} = (In \rightarrow In)$

2.3.3. O-Morphismen

α_O = (Koo → Sub)	$\alpha°_O$ = (Sub → Koo)	id_{OKoo} = (Koo → Koo)
β_O = (Sub → Sup)	$\beta°_O$ = (Sup → Sub)	id_{OSub} = (Sub → Sub)
$\beta\alpha_O$ = (Koo → Sup)	$\alpha°\beta°_O$ = (Sup → Koo)	id_{OSup} = (Sup → Sup)

2.3.4. Q-Morphismen

α_Q = (Adj → Subj)	$\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)	id_{QAdj} = (Adj → Adj)
β_Q = (Subj → Transj)	$\beta°_Q$ = (Transj → Subj)	id_{QSubj} = (Subj → Subj)
$\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)	$\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)	$id_{QTransj}$ = (Transj → Transj)

2.3.5. R*-Morphismen

α_{R*} = (Ad → Adj)	$\alpha°_{R*}$ = (Adj → Ad)	id_{R*Ad} = (Ad → Ad)
β_{R*} = (Adj → Ex)	$\beta°_{R*}$ = (Ex → Adj)	id_{R*Adj} = (Adj → Adj)
$\beta\alpha_{R*}$ = (Ad → Ex)	$\alpha°\beta°_{R*}$ = (Ex → Ad)	id_{R*Ex} = (Ex → Ex)

2.3.6. P-Morphismen

Da die P-Relation im Gegensatz zu den übrigen 5 ontischen Relationen nicht triadisch, sondern tetradisch ist, müssen hier die Abbildungen einzeln definiert werden

x = (PP → PC)	x^{-1} = (PC → PP)	id_{PP} := (PP → PP)
y = (PC → CP)	y^{-1} = (CP → PC)	id_{PC} := (PC → PC)
z = (CP → CC)	z^{-1} = (CC → CP)	id_{CP} := (CP → CP)
yx = (PP → CP)	xy = (CP → PP)	id_{CC} := (CC → CC)
zx = (PP → CC)	xz = (CC → PP)	
yz = (PC → CC)	zy = (CC → PC).	

2.4. Grundlagen einer ontischen Automatentheorie

Nachdem semiotische Automaten bereits durch Bense (1971, S. 34 ff.) eingeführt worden waren, kann man im Anschluß an Toth (2017a, b) einen ontischen Automaten A definieren durch

A = (X, α_y)
mit X ∈ (S*, B, R*) und y ∈ (C, L, Q, O, J),
wobei S* ... J bekanntlich wie folgt definiert sind

S* = (S, U, E)	C = (X_λ, Y_Z, Z_ρ)
B = (Sys, Abb, Rep)	L = (Ex, Ad, In)
R* = (Ad, Adj, Ex)	Q = (Adj, Subj, Transj)
	O = (Sub, Koo, Sup)
	J = (Adjn, Subjn, Transjn).

Dabei werden also die drei ontischen Relationen S*, B und R*, welche jeweils die kategorialen „Ganzheiten“ beschreiben, von den den fünf ontischen Relationen C, L, Q und J getrennt, welche Teilaspekte ontischer Kategorien beschreiben. Man beachte, daß es damit nicht mehr erforderlich ist, die possessiv-copossessiven Teilrelationen P = (PP, PC, CP, CC) separat zu behandeln, da sie vor dem Himtergrund der ontischen Automatentheorie nicht mehr ontisch invariant sind. Im folgenden zeigen wir, daß man die in Toth (2017a, b) benutzte Menge von 9 mal 15 = 135 ontischen Relationen als Operatorensysteme definieren kann.

2.4.1. C-Operatorensysteme

CS* = (CS, CU, CE) =
$(X_\lambda \to S, Y_Z \to S, Z_\rho \to S)$
$(X_\lambda \to U, Y_Z \to U, Z_\rho \to U)$
$(X_\lambda \to E, Y_Z \to E, Z_\rho \to E)$.

CB = (CSys, CAbb, CRep) =
$(X_\lambda \to Sys, Y_Z \to Sys, Z_\rho \to Sys)$
$(X_\lambda \to Abb, Y_Z \to Abb, Z_\rho \to Abb)$
$(X_\lambda \to Rep, Y_Z \to Rep, Z_\rho \to Rep)$.

CR* = (CAd, CAdj, CEx) =
$(X_\lambda \to Ad, Y_Z \to Ad, Z_\rho \to Ad)$
$(X_\lambda \to Adj, Y_Z \to Adj, Z_\rho \to Adj)$
$(X_\lambda \to Ex, Y_Z \to Ex, Z_\rho \to Ex)$.

2.4.2. L-Operatorensysteme

LS* = (LS, LU, LE) =
(Ex→S, Ad→S, In→S)
(Ex→U, Ad→U, In→U)
(Ex→E, Ad→E, In→E).

LB = (LSys, LAbb, LRep) =
(Ex→Sys, Ad→Sys, In→Sys)
(Ex→Abb, Ad→Abb, In→Abb)
(Ex→Rep, Ad→Rep, In→Rep).

LR* = (LAd, LAdj, LEx) =
(Ex→Ad, Ad→Ad, In→Ad)
(Ex→Adj, Ad→Adj, In→Adj)
(Ex→Ex, Ad→Ex, In→Ex).

2.4.3. Q-Operatorensysteme

QS* = (QS, QU, QE) =
(Adj→S, Subj→S, Transj→S)
(Adj→U, Subj→U, Transj→U)
(Adj→E, Subj→E, Transj→E).

QB = (QSys, QAbb, QRep) =
(Adj→Sys, Subj→Sys, Transj→Sys)
(Adj→Abb, Subj→Abb, Transj→Abb)
(Adj→Rep, Subj→Rep, Transj→Rep).

QR* = (QAd, QAdj, QEx) =
(Adj→Ad, Subj→Ad, Transj→Ad)
(Adj→Adj, Subj→Adj, Transj→Adj)
(Adj→Ex, Subj→Ex, Transj→Ex).

2.4.4. O-Operatorensysteme

OS* = (OS, OU, OE) =
(Sub→S, Koo→S, Sup→S)
(Sub→U, Koo→U, Sup→U)
(Sub→E, Koo→E, Sup→E).

OB = (OSys, OAbb, ORep) =
(Sub→Sys, Koo→Sys, Sup→Sys)
(Sub→Abb, Koo→Abb, Sup→Abb)
(Sub→Rep, Koo→Rep, Sup→Rep).

OR* = (OAd, OAdj, OEx) =
(Sub→Ad, Koo→Ad, Sup→Ad)
(Sub→Adj, Koo→Adj, Sup→Adj)
(Sub→Ex, Koo→Ex, Sup→Ex).

2.4.5. J-Operatorensysteme

JS* = (JS, JU, JE) =
(Adjn→S, Subjn→S, Transjn→S)
(Adjn→U, Subjn→U, Transjn→U),
(Adjn→E, Subjn→E, Transjn→E).

JB = (JSys, JAbb, JRep) =
(Adjn→Sys, Subjn→Sys, Transjn→Sys)
(Adjn→Abb, Subjn→Abb, Transj→Abb)
(Adjn→Rep, Subjn→Rep, Transjn→Rep).

JR* = (JAd, JAdj, JEx) =
(Adjn→Ad, Subjn→Ad, Transjn→Ad)
(Adjn→Adj, Subjn→Adj, Transjn→Adj
(Adjn→Ex, Subj→Ex, Transjn→Ex).

3. Das vollständige System funktionaler ontischer Morphismen

3.1. C-Morphismen

3.1.1. $\alpha_C = f(S^*)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(S)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(U)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(E)$

3.1.2. $\alpha_C = f(B)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Sys)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Abb)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Rep)$

3.1.3. $\alpha_C = f(R^*)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Ad)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Adj)$
$(\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)) = f(Ex)$

3.1.4. $\beta_C = f(S^*)$

$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(S)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(U)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(E)$

3.1.5. $\beta_C = f(B)$

$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Sys)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Abb)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Rep)$

3.1.6. $\beta_C = f(R^*)$

$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Ad)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Adj)$
$(\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)) = f(Ex)$

3.1.7. $\beta\alpha_C = f(S^*)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(S)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(U)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(E)$

3.1.8. $\beta\alpha_C = f(B)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Sys)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Abb)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Rep)$

3.1.9. $\beta\alpha_C = f(R^*)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Ad)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Adj)$
$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)) = f(Ex)$

3.1.10. $\alpha°_C = f(S^*)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(U)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(E)$

3.1.11. $\alpha°_C = f(B)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.12. $\alpha°_C = f(R^*)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$
$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.1.13. $\beta°_C = f(S^*)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(S)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(U)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(E)$

3.1.14. $\beta°_C = f(B)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Sys)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Abb)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Rep)$

3.1.15. $\beta°_C = f(R^*)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Ad)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Adj)$
$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Ex)$

3.1.16. $\alpha°\beta°_C = f(S^*)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(U)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(E)$

3.1.17. $\alpha°\beta°_C = f(B)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.18. $\alpha°\beta°_C = f(R^*)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$
$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.1.19. $id_C = f(S^*)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$
$(id_{CZ} = (Y_Z \rightarrow Y_Z)) = f(U)$
$(id_{C\rho} = (Z_\rho \rightarrow Z_\rho)) = f(E)$

3.1.20. $id_C = f(B)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$
$(id_{CZ} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$
$(id_{C\rho} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.21. $id_C = f(R^*)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$
$(id_{CZ} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$
$(id_{C\rho} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.2. L-Morphismen

3.2.1. $\alpha_L = f(S^*)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(S)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(U)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(E)$

3.2.2. $\alpha_L = f(B)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Sys)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Abb)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Rep)$

3.2.3. $\alpha_L = f(R^*)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Ad)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Adj)$
$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Ex)$

3.2.4. $\beta_L = f(S^*)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(S)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(U)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.5. $\beta_L = f(B)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Sys)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Abb)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.6. $\beta_L = f(R^*)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Ad)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Adj)$
$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.2.7. $\beta\alpha_L = f(S^*)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(S)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(U)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.8. $\beta\alpha_L = f(B)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Sys)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Abb)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.9. $\beta\alpha_L = f(R^*)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Ad)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Adj)$
$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.2.10. $\alpha^{\circ}_L = f(S^*)$

$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(S)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(U)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.2.11. $\alpha^{\circ}_L = f(B)$

$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Sys)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Abb)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.2.12. $\alpha^{\circ}_L = f(R^*)$

$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ad)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Adj)$
$(\alpha^{\circ}_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.2.13. $\beta^{\circ}_L = f(S^*)$

$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(S)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(U)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(E)$

3.2.14. $\beta^{\circ}_L = f(B)$

$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Sys)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Abb)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Rep)$

3.2.15. $\beta^{\circ}_L = f(R^*)$

$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Ad)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Adj)$
$(\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Ex)$

3.2.16. $\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = f(S^*)$

$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(S)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(U)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.2.17. $\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = f(B)$

$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Sys)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Abb)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.2.18. $\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = f(R^*)$

$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Ad)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Adj)$
$(\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.2.19. $id_L = f(S^*)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(S)$
$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(U)$
$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.20. $id_L = f(B)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(Sys)$
$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(Abb)$
$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.21. $id_L = f(R^*)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(Ad)$
$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(Adj)$
$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.3. O-Morphismen

3.3.1. $\alpha_O = f(S^*)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(S)$

3.3.2. $\alpha_O = f(B)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Sys)$

3.3.3. $\alpha_O = f(R^*)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Ad)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(U)$
$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(E)$
$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Abb)$
$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Rep)$
$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Adj)$
$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Ex)$

3.3.4. $\beta_O = f(S^*)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(S)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(U)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.5. $\beta_O = f(B)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Sys)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Abb)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.6. $\beta_O = f(R^*)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Ad)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Adj)$
$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.3.7. $\beta\alpha_O = f(S^*)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(S)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(U)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.8. $\beta\alpha_O = f(B)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Sys)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Abb)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.9. $\beta\alpha_O = f(R^*)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Ad)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Adj)$
$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.3.10. $\alpha°_O = f(S^*)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(S)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(U)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.3.11. $\alpha°_O = f(B)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Sys)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Abb)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.3.12. $\alpha°_O = f(R^*)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ad)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Adj)$
$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.3.13. $\beta°_O = f(S^*)$

$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(S)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(U)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(E)$

3.3.14. $\beta°_O = f(B)$

$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Sys)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Abb)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Rep)$

3.3.15. $\beta°_O = f(R^*)$

$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Ad)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Adj)$
$(\beta°_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Ex)$

3.3.16. $\alpha°\beta°_O = f(S^*)$

$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(S)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(U)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(E)$

3.3.17. $\alpha°\beta°_O = f(B)$

$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Sys)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Abb)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Rep)$

3.3.18. $\alpha°\beta°_O = f(R^*)$

$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Ad)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Adj)$
$(\alpha°\beta°_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Ex)$

3.3.19. $id_O = f(S^*)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(S)$
$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(U)$
$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.20. $id_O = f(B)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Sys)$
$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Abb)$
$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.21. $id_O = f(R^*)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Ad)$
$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Adj)$
$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.4. Q-Morphismen

3.4.1. $\alpha_Q = f(S^*)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(S)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(U)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(E)$

3.4.2. $\alpha_Q = f(B)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Sys)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Abb)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Rep)$

3.4.3. $\alpha_Q = f(R^*)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Ad)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Adj)$
$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Ex)$

3.4.4. β_Q = f(S*)

(β_Q = (Subj → Transj)) = f(S)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(U)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(E)

3.4.5. β_Q = f(B)

(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Sys)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Abb)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Rep)

3.4.6. β_Q = f(R*)

(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Ad)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Adj)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Ex)

3.4.7. $\beta\alpha_Q$ = f(S*)

($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(S)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(U)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(E)

3.4.8. $\beta\alpha_Q$ = f(B)

($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Sys)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Abb)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Rep)

3.4.9. $\beta\alpha_Q$ = f(R*)

($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Ad)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Adj)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Ex)

3.4.10. $\alpha°_Q$ = f(S*)

($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(S)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(U)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(E)

3.4.11. $\alpha°_Q$ = f(B)

($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Sys)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Abb)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Rep)

3.4.12. $\alpha°_Q$ = f(R*)

($\alpha°_Q$ = (Subj → V)) = f(Ad)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Adj)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Ex)

3.4.13. $\beta°_Q$ = f(S*)

($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(S)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(U)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(E)

3.4.14. $\beta°_Q$ = f(B)

($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Sys)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Abb)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Rep)

3.4.15. $\beta°_Q$ = f(R*)

($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Ad)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Adj)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Ex)

3.4.16. $\alpha°\beta°_Q$ = f(S*)

($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(S)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(U)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(E)

3.4.17. $\alpha°\beta°_Q$ = f(B)

($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Sys)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Abb)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Rep)

3.4.18. $\alpha°\beta°_Q$ = f(R*)

($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Ad)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Adj)
($\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj)) = f(Ex)

3.4.19. id_Q = f(S*)

(id_{QAdj} = (Adj → Adj)) = f(S)
(id_{QSubj} = (Subj → Subj)) = f(U)
($id_{QTransj}$ = (Transj → Transj)) = f(E)

3.4.20. id_Q = f(B)

(id_{QAdj} = (Adj → Adj)) = f(Sys)
(id_{QSubj} = (Subj → Subj)) = f(Abb)
($id_{QTransj}$ = (Transj → Transj)) = f(Rep)

3.4.21. id_Q = f(R*)

(id_{QAdj} = (Adj → Adj)) = f(Ad)
(id_{QSubj} = (Subj → Subj)) = f(Adj)
($id_{QTransj}$ = (Transj → Transj)) = f(Ex)

3.5. J-Morphismen

3.5.1. α_J = f(S*)

(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(S)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(U)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(E)

3.5.2. α_J = f(B)

(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Sys)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Abb)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Rep)

3.5.3. α_J = f(R*)

(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Ad)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Adj)
(α_J = (Adjn → Subjn)) = f(Ex)

3.5.4. β_J = f(S*)

(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(S)
(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(U)

3.5.5. β_J = f(B)

(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Sys)
(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Abb)

3.5.6. β_J = f(R*)

(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Ad)
(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Adj)

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(E)$ $(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Rep)$ $(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Ex)$

3.5.7. $\beta\alpha_J = f(S^*)$ **3.5.8. $\beta\alpha_J = f(B)$** **3.5.9. $\beta\alpha_J = f(R^*)$**

$(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(S)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Sys)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Ad)$
$(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(U)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Abb)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Adj)$
$(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(E)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Rep)$ $(\beta\alpha_J = (Adjn \rightarrow Transjn)) = f(Ex)$

3.5.10. $\alpha°_J = f(S^*)$ **3.5.11. $\alpha°_J = f(B)$** **3.5.12. $\alpha°_J = f(R^*)$**

$(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(S)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Sys)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Ad)$
$(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(U)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Abb)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Adj)$
$(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(E)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Rep)$ $(\alpha°_J = (Subjn \rightarrow Adjn)) = f(Ex)$

3.5.13. $\beta°_J = f(S^*)$ **3.5.14. $\beta°_J = f(B)$** **3.5.15. $\beta°_J = f(R^*)$**

$(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(S)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Sys)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Ad)$
$(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(U)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Abb)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Adj)$
$(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(E)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Rep)$ $(\beta°_J = (Transjn \rightarrow Subjn)) = f(Ex)$

3.5.16. $\alpha°\beta°_J = f(S^*)$ **3.5.17. $\alpha°\beta°_J = f(B)$** **3.5.18. $\alpha°\beta°_J = f(R^*)$**

$(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(S)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Sys)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Ad)$
$(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(U)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Abb)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Adj)$
$(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(E)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Rep)$ $(\alpha°\beta°_J = (Transjn \rightarrow Adjn)) = f(Ex)$

3.5.19. $id_J = f(S^*)$ **3.5.20. $id_J = f(B)$** **3.5.21. $id_J = f(R^*)$**

$(id_{JAdjn} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(S)$ $(id_{JAdjn} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Sys)$ $(id_{JAdjn} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Ad)$
$(id_{JSubjn} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(U)$ $(id_{JSubjn} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Abb)$ $(id_{JSubjn} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Adj)$
$(id_{JTransjn} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(E)$ $(id_{JTransjn} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Rep)$ $(id_{JTransjn} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

4. Literatur

Bense, Max: *Zeichen und Design.* 1971, Baden-Baden: Agis
Bense, Max: *Semiotische Prozesse und Systeme.* 1975, Baden-Baden: Agis
Bense, Max: Semiotische Kategorien und algebraische Kategorien. In: Semiosis 4 (1976), S. 5-19 (= Bense 1976a)
Bense, Max: *Vermittlung der Realitäten.* 1976, Baden-Baden: Agis (= Bense 1976b)
Bense, Max: *Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen.* 1979, Baden-Baden: Agis
Bense, Max: *Axiomatik und Semiotik.* 1981, Baden-Baden: Agis
Bense, Max: *Das Universum der Zeichen.* 1983, Baden-Baden: Agis
Berger, Wolfgang: Funktoren und die Autoreproduktion der Zeichen. In: Semiosis 6 (1977), S. 16-21
Birkhoff, George David: An Extended Arithmetic. In: Duke Mathematical Journal 3 (1937), S. 311-316
Eilenberg, Samuel und Mac Lane, Saunders: Group Extensions and Homology. In: Annals of Mathematics 43 (1942), S. 757-831 (= Eilenberg und Mac Lane 1942a)
Eilenberg, Samuel und Mac Lane, Saunders: Natural Isomorphisms in Group Theory. In: Proceeddings of the National Academy of Sciences USA 28 (1942), S. 537-543 (Eilenberg und Mac Lane 1942b)

Klein Josef: Vom Adel des Gesetzes – zu einer Semiotik der Norm. In: Semiosis 33 (1984), S. 34-69
Leopold, Cornelie: Kategorietheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58 (1990), S. 93-100
Marty, Robert: Catégories et foncteurs en sémiotique. In: Semiosis 6 (1977), S. 5-15
Peirce, Charles Sanders: Prolegomena to an apology for pragmaticism. In: The Monist 6/4 (1906), S. 492-546
Peirce, Charles Sanders: Analysis of Creation. In: Semiosis 2 (1976), S. 5-9
Schubert, Horst: *Kategorien.* 1. Bd. 1970, Berlin: Springer
Toth, Alfred: *Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik.* 1997, Tübingen: Stauffenburg
Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013
Toth, Alfred, Grammatik der Stadt Paris. 2 Bde. Tucson 2016a
Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b
Toth, Alfred, Grundlegung einer ontischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a
Toth, Alfred, Ontische Automatentheorie 1-45. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b
Walther, Elisabeth: *Allgemeine Zeichenlehre.* 2. Aufl. 1979, Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt

1.5.2017